UNIVERSIDAD DE ORIENTE

NÚCLEO ANZOÁTEGUI

ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN Y SISTEMAS

MODELOS DE OPERACIONES I



TEORÍA DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA

PROFESORA: BACHILLERES:

Aurelia Torcasio Lozada Massiel C.I 19.496.161

Miche Alejandra C.I 21.392.805

Ulloa Yessika C.I 18.127.863

BARCELONA ABRIL DEL 2016

# TEORÍA DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA (DEFINICIÓN):

La teoría de optimización clásica o programación matemática está constituida por un conjunto de resultados y métodos analíticos y numéricos enfocados a encontrar e identificar al mejor candidato de entre una colección de alternativas, sin tener que enumerar y evaluar explícitamente todas esas alternativas. Un problema de optimización es, en general, un problema de decisión.

# MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA:

Los métodos de optimización clásica son utilizados usualmente en la búsqueda de óptimos en funciones continuas y diferenciales, estos métodos son analíticos y emplean como técnica el cálculo de deferenciales, en la localización de puntos óptimos.

Problema de optimización**:**

* Función objetivo
  + Maximizar o Minimizar Z= f (x)
  + F(x)= { X1, X2, X3……Xn}
* Restricciones

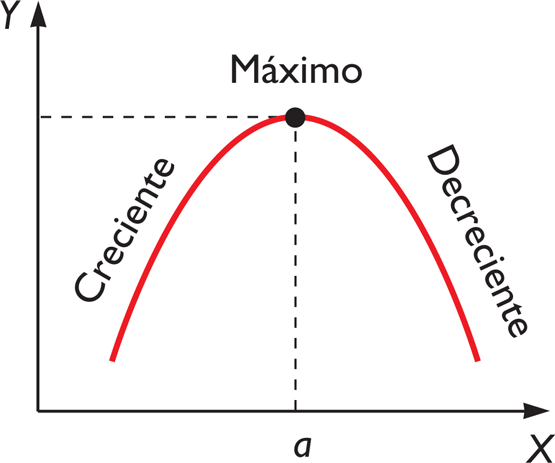
S.a: g1 (x)= b1🡪 Restricciones de Igualdad

g2 (x) ≤ R2🡪 Restricciones de Desigualdad

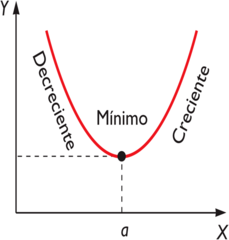
Xi ≥ 0🡪 Restricciones de No Negatividad

# FUNCIÓN CÓNCAVA Y FUNCIÓN CONVEXA:

Una función es cóncava siempre y cuando al unir dos puntos con una recta, la recta siempre queda por debajo del máximo de la función. Es cuando la segunda derivada es menor que cero **(f’’ (x) < 0)**.



Una función de convexa siempre y cuando al unir dos puntos con una recta, la recta siempre queda por encima del mínimo de la función. Es cuando la segunda derivada es mayor que cero **(f’’ (x) > 0).**



# OPTIMIZACIÓN CLÁSICA NO RESTRINGIDA:

**Condiciones necesarias y suficientes:**

1. En una función f (x) de varias variables una condición necesaria para que f (x) tenga un óptimo real, es que la primera derivada con respecto a cada una de las variables sea cero.



1. Una condición suficiente para una función f (x) para la primera y segunda derivada parciales continua sea un mínimo relativo en X0 es que se cumpla que:
2. Un mínimo relativo en X0 es que:

f ’’ (X0) > 0

1. Un máximo relativo en X0 es que:

f ’’(X0) < 0

**Teorema:**

Si en un punto X0 de f(x) las primeras n-1 derivadas se anulan y la enésima derivada es ≠ de cero entonces en X = X0 ocurre que f (x) tiene:

1. Un punto de inflexión si n es impar.
2. Un extremo si n es par.
3. Extremó máximo si la enésima derivada evaluada es el punto es < 0
4. Extremó mínimo si la enésima derivada evaluada en el punto es >0.
5. Encontrar el Máximo de la siguiente función por optimización clásica no restringida

Max Z = -5-3+X+3

Se deriva la función con respecto a X:

 -15-6X+1

Se factoriza la función para encontrar los valores de X: (Ecuación de segundo grado)

X1= -0, 5266

X2= 0, 1266

Se hace la segunda derivada de la función:

 -30X-6

Se evalúan los valores de X obtenidos y se determina el máximo

Con X1= -0,5266

-30(-0,5266) - 6 = 9,798 > 0

Con X2=0,1266

-30(0,1266) - 6 = -9,798 < 0 (EXTREMO MAX RELATIVO <0)

3. ALGORITMO DE PENALIDAD

La idea de este método es transformar un problema de optimización con restricciones en un uno sin restricciones agregando (o sustrayendo) un cierto valor a la función objetivo basado en la cantidad de violación la restricción presentada en una solución, es decir, La función original es reemplazada por una función que se forma mediante la suma o resta de la función objetivo más un término que penaliza el hecho de la restricción no se verifique.

**Paso 1:** Se forma la función de penalidad, que se expresa de la siguiente forma:

Dado un problema de la forma:

Max Z=f(x)

s.a g (xi)=b

i=1, 2,3,...n

**Paso 2:** Se deriva parcialmente la función de penalidad con respecto a la variable X y la igualamos a cero (0).

**Paso 3:** Despejamos una variable X respecto a (q) en el sistema obtenido en el paso anterior 2.

**Paso 4:** Resolvemos el límite cuando (q) tiende a infinito de la ecuación resultante del paso 3, el resultado pertenecerá al valor óptimo de la variable correspondiente. En este caso se hará uso del teorema de L’Hopital para resolver el límite.

**Paso 5:** Hallar la restante variable X y se calcula el valor de Z. Este procedimiento se debe usar solo para problemas con una sola restricción y dos variables. El resultado obtenido es una aproximación del resultado óptimo.

Para problemas de minimización, la función de penalidad es la siguiente:

Ejemplo 1:

Min z

s.a:

1. (-1)=0

**I)**

**II)**

1. (-1)

Se despeja :

**III)**

III en I:

-

**IV)**

IV en III:

Entonces:

Z

Z

Z

4. ALGORITMO DE KUHN-TUCKER

Este algoritmo tiene la finalidad de comprobar las condiciones necesarias que deben satisfacer los óptimos de problemas de optimización no lineal con restricciones de desigualdad.

Considere el problema de optimización

Max o Min f(x1, x2,. . ., xn)

Sujeto a

g1(x1, x2,. . ., xn) ≤ 0

g2(x1, x2,. . ., xn) ≤ 0

.

.

gm(x1, x2,. . . , xn) ≤ 0

Se debe estandarizar, esto cambiando cada restricción de desigualdad gi ≤ 0 a una restricción de igualdad introduciendo una variable Si, quedando de la siguiente manera:

De acuerdo a la técnica de los multiplicadores de LaGrange se construye la función:

Si el problema es de minimización, Los puntos que minimizan a f sujeta a las restricciones gi ≤ 0 (1 ≤ i ≤ m) están dentro de los puntos críticos de F:

* Que hacen cero las parciales con respecto a las variables

xj (j = 1, . . . , n):

* Que hacen cero las parciales con respecto a las variables

λi (i = 1, . . . , m):

* Que hacen cero las parciales con respecto a las variables si

(i = 1, . . . , m):

En caso de que el problema sea de maximización, la solución la cambiamos a un problema de minimización para −f(x). En este caso la función F queda en la forma:

**Paso 1:** Se cambia la desigualdad por igualdad, se forma el Lagrangiano y se deriva con respecto a las variables Xi y de igual forma derivamos las restricciones con respecto a Xi.

**Paso 2:** Se forman las restricciones de Karush Kuhn Tucker:

1) max 1) min

2)

3)

4)

**Paso 3:** Se hace y se comprueban las condiciones, si el punto Xo obtenido satisface las condiciones entonces, este será el máximo en caso. En caso contrario continua el algoritmo.

**Paso 4:** Se hace y se comprueban las condiciones, si el punto Xo obtenido satisfacen las condiciones este será el máximo. En caso contrario se continúa.

Ejemplo 2:

Max

s.a:

Paso 1)

F(x)=

Derivamos X1 y X2 de la restricción:

Paso 2)

Condición KKT

Primera Condición

Con



Sustituyo valores de X1 y X2 en condición 3):

Max

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Use las condiciones KKT para derivar una solución óptima en cada uno de los siguientes problemas:

a) Maximizar f (x)= x1 + 2x2 – x23

Sujeta a: x1 + x2 ≤ 1 y x1 ≥0;x2≥0

b) Maximizar f (x)= 20x1 + 10x2

Sujeta a: x1 2 + x22 ≤ 1

x1 2 + 2x2≤ 2 y x1 ≥0;x2≥0

1. Resuelva los siguientes problemas:
2. Min

Sujeta a:

3X1+X2≤10

1. Max

s.a: